**Вопрос 29**

**Метод вариации произвольной постоянной**

C:\Users\Владимир\Desktop\d1_image001.gif (2)

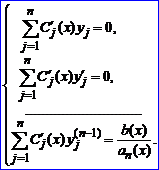
Пусть y1,y2,.., yn - фундаментальная система решений, аC:\Users\Владимир\Desktop\d1_image002.gif- общее решение соответствующего однородного уравнения L(y)=0. Аналогично случаю уравнений первого порядка, будем искать решение уравнения (2) в виде C:\Users\Владимир\Desktop\d1_image003.gif (3). Убедимся в том, что решение в таком виде существует. Для этого подставим функцию в уравнение. Для подстановки этой функции в уравнение найдём её производные. Первая производная равнаC:\Users\Владимир\Desktop\d1_image004.gif (4)

При вычислении второй производной в правой части (4) появится четыре слагаемых, при вычислении третьей производной - восемь слагаемых и так далее. Поэтому, для удобства дальнейшего счёта, первое слагаемое в (4) полагают равным нулю. С учётом этого, вторая производная равнаC:\Users\Владимир\Desktop\d1_image005.gif (5)

По тем же, что и раньше, соображениям, в (5) также полагаем первое слагаемое равным нулю. Наконец, n-я производная равнаC:\Users\Владимир\Desktop\d1_image006.gif (6)

Подставляя полученные значения производных в исходное уравнение, имеемC:\Users\Владимир\Desktop\d1_image007.gif (7)

Второе слагаемое в (7) равно нулю, так как функции yj, j=1,2,..,n, являются решениями соответствующего однородного уравнения L(y)=0. Объединяя с предыдущим, получаем систему алгебраических уравнений для нахождения функций C'j(x)

 (8)

Определитель этой системы есть определитель Вронского фундаментальной системы решений y1,y2,..,yn соответствующего однородного уравнения L(y)=0 и поэтому не равен нулю. Следовательно, существует единственное решение системы (8). Найдя его, получим функции C'j(x), j=1,2,…,n, а, следовательно, и Cj(x), j=1,2,…,n Подставляя эти значения в (3), получаем решение линейного неоднородного уравнения.

Изложенный метод называется методом вариации произвольной постоянной или методом Лагранжа.